

# **DIMENSIONAMENTO ÓTIMO DE VIGAS CONTÍNUAS UTILIZADAS EM EDIFICAÇÕES**

Nome da Instituição: Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF).

Curso: Engenharia civil.

Nível: Mestrado.

Nome do autor: M.Sc. Rodrigo Moulin Ribeiro Pierott.

Orientador: D.Sc. Gines Arturo Santos Falcon

Coorientador: D.Sc. Sergio Luis González Garcia.

Avaliadores: D.Sc. Sergio Rafael Cortes de Oliveira e D.Sc. Jean Marie Désir.

## **RESUMO**

É apresentada uma metodologia computacional para dimensionamento ótimo de vigas contínuas de concreto armado. O objetivo é minimizar o custo de fabricação, obtendo a melhor configuração relacionada às dimensões da seção transversal, alocação de armações e resistência característica do concreto que geram resultados ótimos. As restrições utilizadas estão relacionadas à segurança e integridade das estruturas, considerando-se o Estado Limite Último e Estado Limite de Serviço, de acordo com as normas vigentes. Um programa de Métodos de Elementos Finitos foi desenvolvido para a obtenção das tensões e deformações de vigas contínuas, com diferentes geometrias e cargas aplicadas. Além disso, foi desenvolvido um gerador de banco de dados de armações longitudinais, garantindo que os *layouts* de armação gerados atendam as prescrições das normas. No modelo desenvolvido, são usadas variáveis de projeto discretas, a fim de representar um modelo de otimização de estruturas mais realista. Na busca por resultados ótimos globais, utilizando variáveis de projeto discretas, os Algoritmos Genéticos foram utilizados. A ferramenta computacional desenvolvida no presente trabalho foi integralmente elaborada na plataforma MATLAB®. Os resultados obtidos pela metodologia proposta apresentaram resultados satisfatórios quando comparados com outros da literatura.

**Palavras-chave:** vigas contínuas; concreto armado; dimensionamento ótimo de vigas de concreto armado; otimização estrutural.

## 1 INTRODUÇÃO

A evolução das ferramentas computacionais, consegue-se definir estruturas mais arrojadas e desafiadoras. Concomitantemente, nos últimos anos, veio a necessidade de definir estruturas mais leves e mecanicamente mais eficientes. Assim, na construção civil, procura-se o melhor aproveitamento das características dos materiais e por consequência, projetos estruturais mais econômicos.

Com o desenvolvimento das ferramentas computacionais modernas disponíveis, o tempo dedicado à elaboração de projetos diminuiu drasticamente. Já as predefinições de lançamento estrutural atuais, como as dimensões dos elementos estruturais, características dos materiais utilizados na construção e custos dos próprios materiais, não são levados em consideração no pré-dimensionamento. Desta forma, o procedimento de predeterminação das dimensões dos elementos estruturais utilizado no dimensionamento tradicional, não acompanhou a evolução das ferramentas de cálculo modernas, pois ainda seguem a cultura de um pré-dimensionamento anacrônico, no qual as dimensões pré-determinadas são obtidas por métodos que, na maioria das vezes, trazem como dados principais, características e situações ao entorno de cada elemento, como: região onde será alocada a peça estrutural, características arquitetônicas, hidráulicas, elétricas e etc., negligenciando o custo final da estrutura (CHRISTENSEN E KLARBLING, 2009).

No Brasil, existem diversos programas de dimensionamento e detalhamento de estruturas de concreto armado, os mais difundidos no mercado na atualidade são: Eberick<sup>®</sup>, Cypecad<sup>®</sup> e TQS<sup>®</sup>. No entanto, os programas citados não incluem nos seus sistemas computacionais, técnicas de otimização tão necessárias na atualidade.

Na prática atual de projetos, utilizando programas comerciais, faz-se a entrada de características das seções obtidas no pré-dimensionamento e alimentam-se os dados da modelagem estrutural. Após diversas análises e refinamentos necessários, são estabelecidas as armaduras necessárias para cada elemento estrutural, atendendo todos os requisitos associados ao Estado Limite de Serviço, Estado Limite Último e convenções construtivas das boas práticas na construção civil. Caso seja possível, a determinação de uma armadura necessária aos requisitos do projeto, aloca-se a armação para a seção transversal pré-definida e o dimensionamento será concluído. Caso não seja possível alocar um arranjo de armaduras necessário, o programa acusa como impossível dimensionar, desta forma o projetista pode realizar alterações nas seções transversais dos elementos, materiais utilizados, entre outros. Nota-se que os programas computacionais comerciais, em princípio, não levam em

consideração o volume e nem os tipos de materiais utilizados, peso próprio da estrutura e muito menos o custo da obra no momento de definir as características dos elementos estruturais utilizados a serem executadas em obra.

As vigas são elementos estruturais, responsáveis por receberem cargas permanentes e variáveis oriundas da edificação e direcioná-las para outras peças estruturais onde estas se apoiam, para finalmente serem conduzidas ao solo. Este elemento estrutural é comumente utilizado na grande maioria das estruturas de concreto armado, como galpões, pontes, prédios e edificações diversas.

De maneira generalista, as vigas podem ser definidas como biapoiadas, quando apresentam apenas um vão livre, e vigas contínuas, quando apresentam múltiplos vãos. Como o concreto não resiste bem aos esforços de tração, o concreto armado é basicamente definido como a inclusão no concreto de armações longitudinais e transversais à face da viga. Essas armações são comercializadas a partir de diâmetros comerciais, os quais são comumente denominados de bitolas.

O cálculo do custo de fabricação de vigas de concreto armado, é baseado nas características do elemento e propriedades dos materiais, isto é, no volume de concreto, peso do aço e área de fôrma utilizada, juntamente com a mão de obra para serem executadas e suas respectivas resistências.

A otimização estrutural é a busca da melhor solução para um dado problema estrutural, ao mesmo tempo que as restrições impostas ao projeto são satisfeitas. Desta forma, dentro de muitas soluções possíveis, consegue-se a utilização dos recursos disponíveis de maneira otimizada.

No presente trabalho, propõe-se uma metodologia computacional com o intuito de alcançar edificações estruturalmente otimizadas, sendo estas, vigas de concreto armado em seções retangulares e seção T, destinadas a edificações de pequeno e médio porte, e com resistências características do concreto de até 50 MPa.

Os métodos de otimização podem ser classificados como sendo métodos determinísticos, métodos enumerativos e métodos estocásticos. Para o presente trabalho, foi utilizado um método estocástico. Estas técnicas trazem o conceito de algoritmos evolucionistas. Dentre estes se encontram os métodos de colônia de formigas, métodos de colônia de abelhas, método de Algoritmos Genéticos, dentre outros.

No presente trabalho, para a otimização das estruturas, serão utilizados os Algoritmos Genéticos, por apresentar um desempenho computacional adequado e robustez em seus resultados. Neste método, alcança-se em média, um tempo de processamento menor que os

métodos enumerativos (SOARES, 1997). No processo de otimização, são analisadas as diferentes seções transversais geradas, que levam, através das diversas iterações, ao resultado ótimo.

Nos meados dos anos 70, Holland (1975) apresentou a técnica dos Algoritmos Genéticos, se embasando na teoria da evolução das espécies de Darwin, o algoritmo desenvolvido utiliza etapas de geração das populações. após a criação da população inicial, os cromossomos são submetidos ao processo de otimização, que seguem resumidamente as etapas apresentadas a seguir.

A etapa de aptidão consiste em analisar se a população gerada apresenta bons resultados se comparados com os requisitos do problema proposto. Caso algum critério previamente estabelecido seja descumprido, a solução passará pelo processo de penalização e limitado.

Na etapa da seleção, os cromossomos selecionados passam pelo processo de reprodução, onde a possibilidade de acontecer a reprodução é determinada pela etapa de aptidão.

Após a seleção dos cromossomos mais aptos, na etapa de cruzamento, os genes são combinados gerando assim novos indivíduos com maior probabilidade de alcançar a configuração ótima.

Na etapa de mutação, existe a possibilidade que seja alterada uma característica aleatória de um cromossomo. Essa etapa se justifica pela possibilidade de gerar soluções diversificadas e buscar as soluções em novos espaços amostrais.

Finalmente, estas etapas se repetem em um processo iterativo, até que um critério de parada/tolerância seja alcançado.

O modelo de otimização busca a redução do custo de confecção de vigas em concreto armado, que resista aos esforços solicitantes e atenda aos requisitos normativos vigentes.

A otimização se dá pela minimização de uma função objetivo, que para o presente trabalho é representada pelo custo de confecção da viga. Visando a geração de modelos realistas, são consideradas variáveis de projeto discretas, como por exemplo número de barras longitudinais, altura e largura da seção transversal da viga e classe de resistência do concreto (fck). As restrições consideradas são decorrentes da norma NBR 6118 (ABNT, 2014). Assim, são consideradas restrições de resistência e ductilidade solicitadas pelo Estado Limite Último, e algumas restrições de conforto visual e durabilidade requisitadas pelo Estado Limite de Serviço.

As configurações iniciais necessárias são estipuladas por cada problema proposto. Tais informações devem apresentar: número de vãos (para vigas contínuas), cargas permanentes e cargas acidentais. Com isso, o algoritmo inicia a busca sistemática da configuração ótima.

A variação da seção transversal e mudança na resistência característica do concreto provocam alteração no peso próprio da estrutura e nos esforços internos que atuam na estrutura.

A análise estrutural é feita através do Método dos Elementos Finitos, onde se obtém os deslocamentos e os esforços presentes na estrutura em análise.

A armação longitudinal é obtida através de um banco de dados criado pelo módulo computacional desenvolvido pelo presente trabalho, a fim de criar as diversas possibilidades de armações longitudinais a serem testadas, sendo estas respeitando as normas e considerando as boas práticas da construção civil.

Com a definição da viga completa (seção transversal, armação positiva, armação negativa, armação transversal e classe de resistência do concreto), segue para o cálculo da estrutura gerada, obtendo assim os esforços internos e deslocamentos presentes na estrutura.

O algoritmo de otimização, através de sua sistemática busca pelo resultado excelente, realiza o ciclo de otimização, passando pela análise da estrutura e pelo algoritmo de otimização recursivamente, até que o critério de parada seja alcançado, obtendo assim a configuração ótima do problema.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho foi desenvolver uma metodologia computacional para dimensionamento ótimo de vigas contínuas de concreto armado, solicitadas à flexão simples, utilizando variáveis de projeto discretas, considerando parâmetros comerciais dos materiais utilizados, como diâmetros nominais das armaduras, resistência característica do concreto e dimensões principais usualmente utilizadas na construção civil, e considerando as limitações normativas como restrições de projeto.

Objetivos específicos:

- Desenvolver uma metodologia para dimensionamento ótimo de vigas contínuas de concreto armado, atendendo as especificações da NBR 6118 (ABNT, 2014), considerando o Estado Limite Último e Estado Limite de Serviço das estruturas analisadas;

- Desenvolver um algoritmo computacional para a obtenção automatizada das possíveis armações viáveis para as seções transversais críticas verificadas no processo de otimização;
- Desenvolver códigos computacionais para análise estrutural de vigas contínuas, considerando o Estado Limite Último e Estado Limite de Serviço das estruturas;
- Desenvolver um algoritmo computacional para dimensionamento ótimo de vigas contínuas de concreto armado, que considere variáveis contínuas e discretas de projeto concomitantemente.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

A prática atual de dimensionamento de vigas, que define as características geométricas das vigas que serão executadas no canteiro obras, consiste em um pré-dimensionamento, e então calcula-se a taxa de armadura necessária para que a viga consiga resistir aos esforços submetidos definidos por projeto. Caso não seja possível alocar um arranjo de armaduras necessário, o projetista pode fazer alterações nas seções transversais dos elementos, nos materiais utilizados, nos posicionamentos dos elementos estruturais, entre outros. Neste procedimento empírico de dimensionamento estrutural, nota-se que a princípio, não é levado em consideração o volume de material utilizado, peso próprio da estrutura e muito menos o custo de confecção da estrutural.

Através da revisão bibliográfica realizada, constatou-se a necessidade de uma metodologia que auxilie na definição de estruturas mecanicamente eficientes e econômicas. Assim, neste estudo, realiza-se a otimização de vigas contínuas de concreto armado, que considerem variáveis de projeto definidas pela prática real, como é o caso da armação longitudinal das seções transversais que são definidas através de bitolas comerciais ou seja são parâmetros discretos. Também, a definição de vigas contínuas dentro das normas locais e que leve em consideração os aspectos do Estado Limite Último juntamente com o Estado Limite de Serviço como restrições de projeto. Desta forma, disponibilizando uma metodologia de otimização de vigas contínuas de concreto armado passível de ser adotada nos procedimentos de dimensionamento atualmente existentes.

Assim sendo, o presente trabalho tem o intuito de desenvolver uma nova metodologia para o dimensionamento ótimo de vigas contínuas, aplicando técnicas de análise e otimização

modernas e amigáveis, a fim de se obter soluções melhores quando comparados com os métodos tradicionais de cálculo.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Na revisão bibliográfica foram avaliados diversos artigos, dissertações de mestrado e teses de doutorado, que abordam a otimização de vigas biapoiadas e vigas contínuas de concreto armado. Foram revisados preferencialmente os trabalhos que utilizaram o Método dos Elementos Finitos e Algoritmos Genéticos, sendo esta parte importante do escopo da presente dissertação.

Pinheiro et al. (2004) e Porto (2015) foram utilizados como base de conhecimento teórico geral em concreto armado, que descreve de maneira detalhada as metodologias tradicionais do cálculo de estruturas de concreto armado. Especificamente Porto (2015) é atualizado com os preceitos da norma NBR 6118 (ABNT, 2014) em sua versão mais atualizada, a de 2014.

A revisão realizada serviu de base para definir os rumos do desenvolvimento da metodologia proposta pelo presente trabalho.

Visando estabelecer o atual estado da arte do tema em estudo, a revisão bibliográfica é apresentada no final desse arquivo e a explicação de cada trabalho foi retirado com o intuito de reduzir o número de páginas do presente documento.

## **3 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Para o trabalho completo, sem a necessidade de redução de conteúdo, neste capítulo foram discutidos os fundamentos teóricos de concreto armado. O conteúdo que foi apresentado aqui serviu de base para elaboração dos códigos computacionais desenvolvidos para verificação do comportamento estrutural de vigas de concreto armado.

No trabalho completo foram apresentadas as restrições normativas e as metodologias de cálculo para durabilidade da estrutura, cobertura nominal, coeficientes de ponderação, Estado Limite Último (Estádios de cálculo da seção crítica, armação da seção transversal), limitação geométrica de vigas, armação resistente à flexão, armação longitudinal máxima e mínima, centro de gravidade das armaduras, armação transversal resistente ao cortante, armaduras transversais e espaçamentos máximos e mínimos e Estado Limite de Serviço (controle de deflexão, controle de fissuração e acidez sensorial).

Todas as metodologias supracitadas foram implementadas em códigos computacionais a fim de se obter resultados coerentes com os presentes nas normas regulamentadoras vigentes.

## 4 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE OTIMIZAÇÃO

Os métodos de otimização são técnicas numéricas utilizados na resolução de diversos problemas da engenharia que consistem em maximizar ou minimizar uma função objetivo através de um sistema de escolhas sistematizado, selecionando parâmetros que podem ser alterados arbitrariamente as variáveis de projeto que possibilitem melhorar os resultados obtidos, respeitando um dado domínio de possibilidades viáveis. Para o presente trabalho foi utilizado o método de otimização Algoritmos Genéticos.

### 4.1 Características dos Algoritmos Genéticos

Algoritmos Genéticos (AG) utilizam técnicas de busca baseadas no mecanismo de seleção natural estudado por Darwin (SAAD *et al.* 2012), que foram adaptadas em um modelo de otimização proposto por Holland (1975).

O algoritmo começa com a geração de uma população inicial arbitrária de cromossomos, no qual cada cromossomo representa um candidato a solução do problema. Os candidatos são avaliados por uma função de aptidão (função *fitness*).

A cada iteração nos AGs, os candidatos à solução são melhorados através de três operadores de evolução, sendo estes: seleção, cruzamento e mutação. A aplicação dessas três operações básicas define novas populações, com melhores características ou aptidões e que se aproximam cada vez mais do resultado ótimo.

No processo de otimização, o algoritmo que simula a seleção natural é recursivamente repetido, por diversas gerações, até alcançar a tolerância pré-determinada, então o algoritmo finaliza seu processo fornecendo a solução ótima para o problema proposto (MINGQI e XING, 2010).

Algumas definições fundamentais dos AGs são apresentadas a seguir.

O cromossomo é o parâmetro computacional que representa um candidato à solução. Para o presente trabalho são representados por vigas de concreto armado (cromossomos, sendo valores particulares das variáveis de projeto). Os genes de um cromossomo estão associados a cada uma das variáveis de projeto e representam as características morfológicas do cromossomo. Para o presente trabalho foram consideradas as variáveis de projeto: largura e altura da viga, resistência característica do concreto e taxa de armadura longitudinal. Esses

valores geralmente são guardados em um vetor de números inteiros (GOVANINDARAJ e RAMASAMY, 2005).

População é um conjunto arbitrário de cromossomos, ou seja, um conjunto de candidatos à solução. O tamanho da população é preestabelecido nas definições iniciais do problema. Uma população pequena pode gerar soluções ótimas locais em vez de globais, já em populações grandes necessita-se da disponibilidade de maiores recursos computacionais (LINDEN, 2012). Para o presente trabalho foi utilizada a população de 100 cromossomos.

Aptidão (*fitness*) é um parâmetro que indica o quanto os candidatos à solução (cromossomos) estão aptos para a realização do processo de cruzamento. Desta forma, os cromossomos mais aptos são privilegiados durante as etapas de cruzamento, buscando manter as características desses indivíduos pelas próximas gerações (GOVANINDARAJ e RAMASAMY, 2005).

A cada iteração do AG se define uma nova geração. Para gerar a nova população o algoritmo realiza o processo de cruzamento, trocando genes de dois cromossomos e gerando novos indivíduos (HOLLAND, 1975).

A taxa de cruzamento é a chance que o cromossomo tem de realizar o cruzamento. Caso a taxa de cruzamento seja baixa, o tempo de convergência tende a aumentar. E caso a taxa de cruzamento seja alta, pode ocorrer a perda de indivíduos com alta aptidão ao sucesso. Para problemas de estruturas, a taxa de cruzamento que geralmente é utilizada na calibração dos AGs varia entre 40% e 95% (SILVA, 2011).

A mutação acontece quando se altera aleatoriamente um gene de um cromossomo. Essa característica garante maior diversidade nas populações, aumentando consideravelmente a chance de alcançar a solução do problema mais rapidamente. A taxa de mutação indica a chance de um cromossomo sofrer o processo de mutação. (SILVA, 2011). Para o presente trabalho a taxa de mutação adotada foi de 5%.

Existem diversos métodos para selecionar quais cromossomos realizarão o cruzamento, alguns exemplos são: seleção por roleta, seleção Boltzmann, seleção por campeonato, seleção por classificação, seleção por estado estacionário, dentre outros (SILVA, 2011).

A fim de evitar a perda dos cromossomos que se aproximam da solução ótima, os indivíduos com alta chance de sucesso são levados para a próxima geração sem que passem pelo processo de mutação ou pelo processo de cruzamento. Esta técnica previne a perda da melhor solução para a população em análise (SILVA, 2011). Para o presente trabalho o elitismo adotado foi de 37.

## 5 MODELAGEM DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Nos problemas de otimização em geral procura-se minimizar uma função objetivo escolhida para representar quantitativamente a qualidade do projeto, o espaço das soluções viáveis está delimitado por restrições de igualdade e desigualdade, como matematicamente é apresentado a seguir.

Minimizar  $f(\mathbf{X})$ ;

sujeito a :

$$g_i(\mathbf{X}) \leq 0 \quad (5.1)$$

$$h_j(\mathbf{X}) = 0 \quad (5.2)$$

Com:  $\mathbf{X}^l < \mathbf{X} < \mathbf{X}^u$ .

Sendo:  $f(\mathbf{X})$  a função objetivo;

$g_i(\mathbf{X})$  = restrições de desigualdade;

$h_j(\mathbf{X})$  = restrições de igualdade;

Onde  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{X}^l$  e  $\mathbf{X}^u$  são o vetor de variáveis de projeto, limite inferior da variável de projeto e limite superior da variável de projeto respectivamente.

No problema de dimensionamento ótimo de vigas contínuas, que se propõe na presente dissertação, objetiva-se definir vigas de concreto armado de seção retangular ou seção T, de custo de fabricação mínimo, considerando características realistas de projetos usuais da atualidade.

O estudo abrange vigas contínuas, sendo capazes de apresentar um ou múltiplos vãos, podendo apresentar extremidades em balanço. A metodologia apresenta função objetivo, variáveis de projeto e restrições de projeto como é explanado a seguir.

A função objetivo representa o custo total da viga, avaliado através dos volumes dos materiais utilizados, considerando as regiões armadas pelas armaduras longitudinais, a área de fôrma necessária e o volume de concreto necessário. Adicionalmente, considera-se também a classe de resistência e seções transversais das vigas geradas, o custo tende a variar.

As variáveis de projeto são valores que podem variar arbitrariamente na busca das soluções do problema. Para o presente trabalho as variáveis de projetos foram: largura da viga ( $b_w$ ); altura da viga ( $h$ ); armadura positiva ( $A_s$ ); armadura negativa ( $A'_s$ ); classe de resistência do concreto ( $f_{ck}$ ).

Restrições de projeto são valores que podem variar para diferentes problemas. Essas restrições são consideradas a fim de se obter resultados dentro de limites pré-estabelecidos. As restrições de projeto consideradas para o presente trabalho estão baseadas no ELU e ELS, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014).

O esquema geral de solução do problema de otimização deste modelo está mostrado na Figura 5.1.



Figura 5.1. Esquema geral de otimização.

Para o presente trabalho, consideram-se cargas comumente presentes em estruturas de pequeno e médio porte, podendo ser: pontuais, distribuídas retangulares, distribuídas triangulares e possíveis combinações. Pode-se apresentar também diferentes cargas para os diferentes vãos de uma mesma viga, tornando assim o processo de modelagem do problema mais próximo da realidade.

A metodologia foi desenvolvida integralmente na plataforma computacional *MATLAB*<sup>®</sup>. Foi escolhida essa plataforma por apresentar facilidade em sua sintaxe de programação, por apresentar vasta biblioteca de informações e por ser amplamente utilizada no meio acadêmico.

A metodologia desenvolvida apresenta diversos módulos computacionais de cálculo. Esses módulos são organizados em funções independentes, a fim de facilitar atualizações dos mesmos e implementações de novos módulos quando necessário.

Antes de iniciar o processo de otimização, definem-se também os limites superiores e inferiores das possibilidades de variação da seção transversal, banco de dados e  $f_{ck}$  a serem testados.

O processo de otimização parte de uma configuração arbitrária de cada problema estudado. Atribuem-se dados pré-estabelecidos ao sistema de otimização como: número de vãos da viga, sobrecargas nos vãos, características dos materiais utilizados (módulos de elasticidade, diâmetro máximo do agregado e tensão de escoamento do aço) e relações geométricas semelhantes as apresentadas nos fundamentos teóricos.

Com as características do problema pré-estabelecidas, realiza-se a função de criação de banco de dados (BD), levando em consideração os limites geométricos da seção  $b_{m\acute{a}x}$  e  $h_{m\acute{a}x}$ . Assim, geram-se todas as possibilidades de armação das vigas possíveis e que cumprem as exigências normativas locais.

Desta forma, o BD é criado considerando as restrições normativas de utilização das armações, são considerados os limites de espaçamentos mínimos horizontais e verticais, taxa máxima de armação e  $\alpha$ . Essas resções são obedecidos através da função de de geração de banco de dados e posteriormente pela função de restrições.

Para o presente trabalho, o modelo da função de aptidão (*fitness*) utilizada foi a escala tipo rank, onde a pontuação bruta (*raw score*) é baseada no rank de cada indivíduo em vez da sua pontuação. O rank de um indivíduo é a sua posição no conjunto pontuação. O rank do indivíduo mais “apto” é 1, o subsequente mais “apto” é 2, e assim sucessivamente.

## 5.1 ALGORITMO GENÉTICO

Como já comentado anteriormente, decidiu-se utilizar os Algoritmos Genéticos (AGs) por serem aplicáveis em diversas áreas na resolução de diversos problemas de engenharia, por terem sido amplamente utilizaddos nas últimas décadas, por serem uma técnica robusta e de fácil aplicação. Outro fator importante na escolha do algoritmo de otimização foi a facilidade em que o AG apresenta na busca de configurações ótimas em problemas que contenham variáveis contínuas e discretas concomitantemente.

Os AGs, através das variáveis de projeto, definem um candidato à solução através do domínio de possibilidades e respeitando as restrições pré-estabelecidas.

O *Toolbox* “Global Optimization” do *MATLAB*<sup>®</sup> apresenta diversos algoritmos para busca de configurações ótimas em diversos problemas. Dentre as possibilidades de otimização dessa ferramenta encontram-se algoritmos capazes de resolver problemas restritos, irrestritos, problemas contínuos e discretos.

A calibração do algoritmo de otimização AG que apresentou resultados mais satisfatórios nos diversos testes realizados é mostrado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 Configuração do Algoritmo Genético.

Configuração Algoritmo Genético	
<i>Tamanho da População</i>	100
<i>Máximo de Gerações</i>	150
<i>Elitismo</i>	37
<i>Fator de Cruzamento</i>	0,80
<i>StallGenLimit</i>	20
<i>Penalidade Inicial</i>	8
<i>Fator de Penalidade</i>	85
<i>TolFun</i>	$10^{-4}$
<i>TolCon</i>	$10^{-4}$

Os demais parâmetros utilizados foram os valores padrão (*default*) do AG do toolbox “Global Optimization” do MATLAB. Os critérios de parada foram: número máximo de gerações (150) alcançado; tolerância ( $10^{-4}$ ) alcançada;

A cada iteração do processo de otimização, a metodologia aqui desenvolvida utiliza uma função de mapeamento, responsável por transformar as posições dos vetores das variáveis discretas em seus respectivos valores reais que descrevem a configuração real da estrutura.

## 5.2 FLUXOGRAMA DE PROCESSO ITERATIVO DE OTIMIZAÇÃO

Inicia-se após a decodificação da seção transversal pela função de mapeamento, inicia-se a função de restrições, que através da função de análise são obtidos os esforços e deslocamentos da viga. É realizado o cálculo da armação longitudinal responsável por combater os esforços de flexão presentes na viga através da função de análise.

Após isso, nesta função, com as armaduras longitudinais definidas, é garantida a concordância com as normas através da verificação dos resultados obtidos pelas restrições de projeto, como será apresentado através do tópico Restrições de Projeto.

No cálculo da função objetivo definem-se os custos de confecção da viga gerada através do cálculo de custos, como: custos dos estribos e da armadura de costela (quando existente) e custo das armações longitudinais.

O processo iterativo é repetido para cada nova população gerada até que um dos critérios de parada seja alcançado.

O fluxograma que apresenta resumidamente a metodologia desenvolvida pelo presente trabalho pode ser observada através da Figura 5.2.

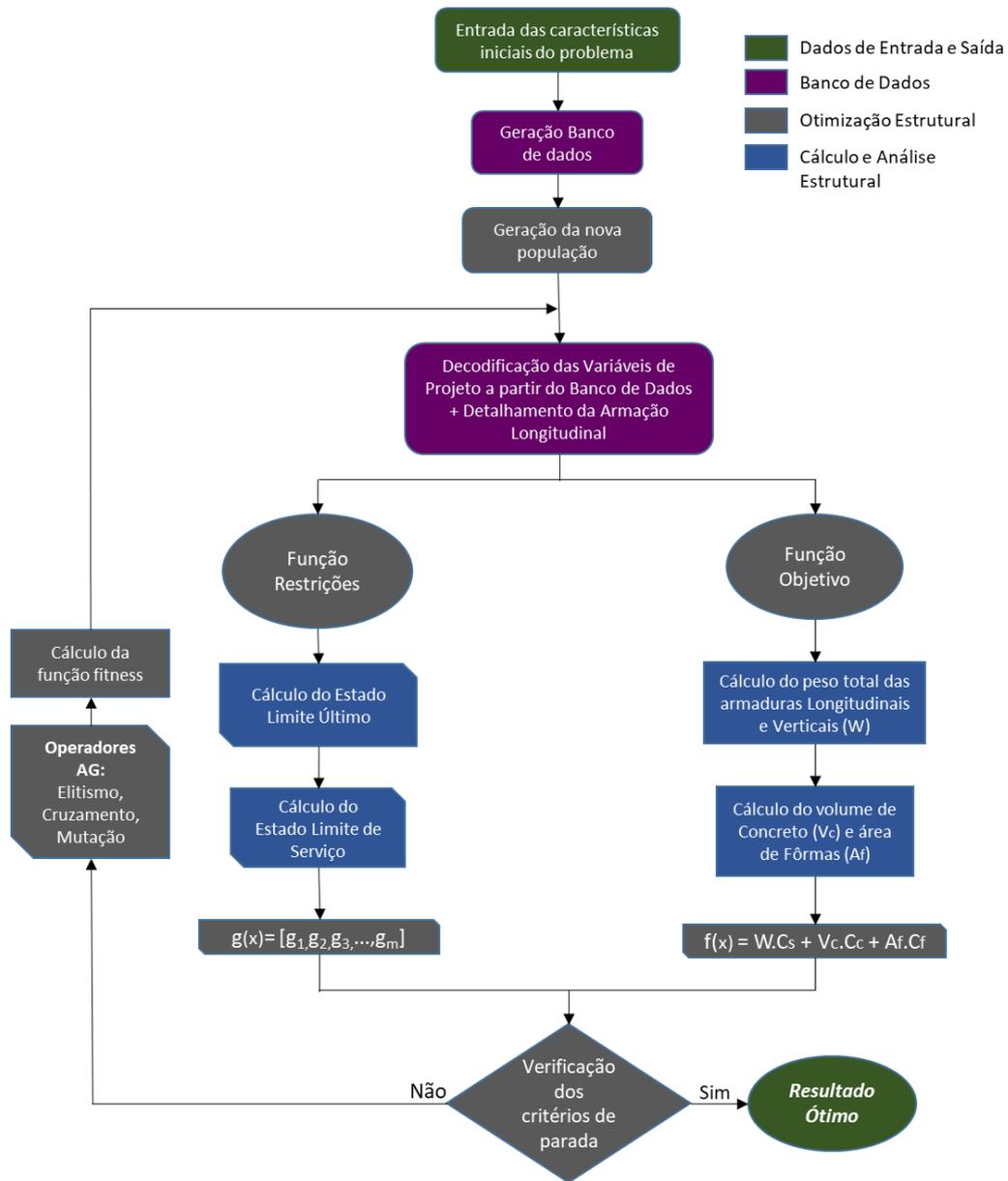


Figura 5.2. Fluxograma da metodologia desenvolvida.

## 6 MODELO DE ANÁLISE ESTRUTURAL

Assim como o esquema geral de otimização apresentado na Figura 5.2, o presente trabalho organizou a apresentação da metodologia em Módulo de Análise Estrutural e Módulo de Otimização.

A análise estrutural objetiva a obtenção dos esforços gerados pelas solicitações aplicadas a diversas configurações de vigas contínuas. Neste trabalho foram implementados códigos computacionais próprios a partir do programa de domínio público CALFEM

(Computer Aided Learning of the Finite Element Method) baseada no Método dos Elementos Finitos (MEF).

O CALFEM foi desenvolvido no final dos anos 70 pelo setor de Engenharia de Estruturas Mecânicas da Universidade de Lund – Suécia. (AUSTRELL *et al*, 2004). No presente trabalho o CALFEM foi modificado e adaptado para um módulo computacional independente, a fim de ser utilizada de forma automatizada no processo de otimização.

O algoritmo desenvolvido que executa a metodologia desenvolvida pelo presente trabalho é gerenciado através de uma função principal. Nessa função principal, o usuário entra com os dados específicos de um problema proposto, como classe de agressividade do ambiente, diâmetro máximo do agregado, espessura da laje (a ser considerada para seções T), distância entre os apoios, condições de contorno, coordenadas e cargas aplicadas nos vãos. Na função principal encontram-se também a maioria das variáveis globais que serão utilizadas por todas as demais funções do algoritmo.

Além disso, as características de projeto e propriedades de materiais utilizados também são definidas na função principal, como por exemplo: coeficientes de majoração, módulo de elasticidade do aço, tensão de escoamento, dentre outros. Inclusive, o custo dos materiais, como custo das fôrmas, custo do aço e custo do concreto (por fck), também são definidos nessa função.

## 6.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Os códigos computacionais do CALFEM foram adaptados para funcionamento automatizado no processo de otimização. A análise estrutural é realizada a partir das características geométricas e de carregamentos presentes na estrutura, como intensidade das cargas externas, distância entre apoios, coordenadas de nós (coordenadas para pontos importantes da estrutura como apoios, aplicação de cargas pontuais e limites de aplicações de cargas distribuídas), declaração de condições de contorno em cada apoio. Para a validação dos resultados da análise, foram verificados com resultados obtidos pelo programa Ftool (MARTHA, 1999) e os resultados obtidos foram satisfatórios.

Nas Figuras 6.1 e 6.2 observam-se resultados semelhantes entre os diagramas obtidos através da ferramenta FTool (Figura 6.1) e os obtidos através da biblioteca de análise estrutural desenvolvida pelo presente trabalho (Figura 6.2).

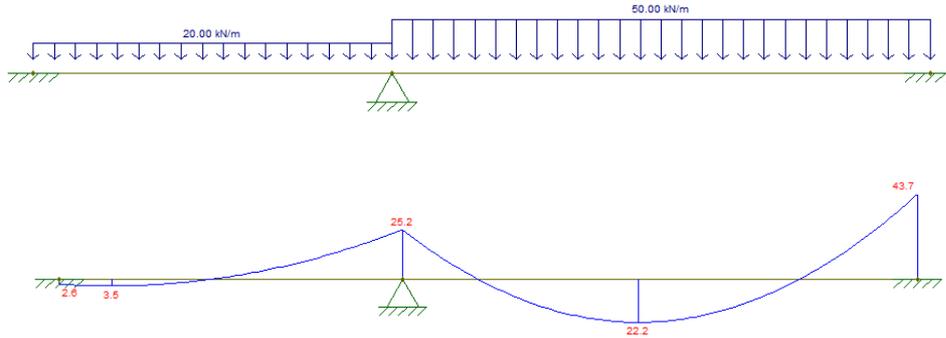


Figura 6.1. Viga contínua e momento fletor obtido pelo FTool.

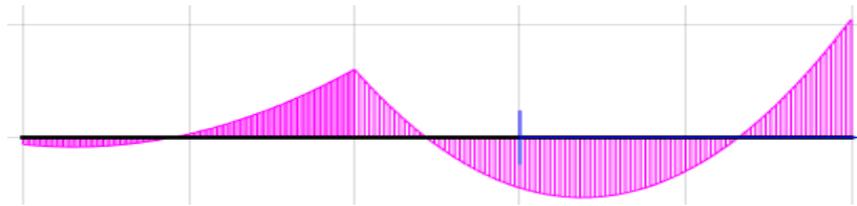


Figura 6.2. Momento fletor obtido pelo CALFEM.

Dependendo das configurações iniciais, o módulo de análise estrutural gera um vetor com os resultados obtidos por seção transversal crítica analisada. Os resultados estão organizados em matrizes referentes a momentos fletores, esforços normais e cortantes, “M”, “N” e “V” respectivamente. O algoritmo baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF) retorna uma matriz para cada vão da estrutura, contendo os reforços para diferentes pontos do respectivo vão. O modelo matricial contendo os esforços presentes em cada vão da viga contínua é apresentado através da Equação 6.1.

$$es_i = \begin{bmatrix} N_1 & V_1 & M_1 \\ N_2 & V_2 & M_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ N_n & V_n & M_n \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Onde  $i = 1,2,3,\dots,k$ , sendo  $k$  o número máximo de vãos e  $n = 1,2,3,\dots,m$ , sendo  $m$  o número máximo de esforços calculados em cada vão.

## 6.2 BANCO DE DADOS

Foi desenvolvido um Banco de dados (BD) visando a organização e consulta de dados que foi amplamente desenvolvido com o avanço da computação. A principal vantagem de se trabalhar com os bancos de dados nas diversas áreas é, além da organização dos dados, a facilidade em armazenar, acessar e filtrar essas informações, e de apresentar facilidade para se executar processos que alterem suas próprias estruturas.

No presente trabalho, os arranjos de armação possíveis são armazenados no banco de dados do, sendo codificados para serem usados como variáveis de projeto discretas.

Devido a utilização das variáveis discretas pelo modelo de otimização, foi necessário pre-definir os arranjos geométricos e de armações possíveis para a geração das vigas candidatas à solução. Pode-se exemplificar essas possibilidades como as larguras de vigas a serem testadas. Como a norma não limita a largura máxima de uma viga de concreto armado, foi considerada, para estruturas de pequeno e médio porte, a largura máxima de 35 cm e largura mínima estipulada por norma de 15 cm (considerando o coeficiente de majoração para larguras inferiores a 19 cm estipulado por norma para vigas de concreto armado). Desta forma, as possibilidades de largura  $b_w$  das vigas foram: 15, 20, 25, 30, 35 cm. Vale ressaltar que o processo de alteração dos dados ou adição de mais possibilidades para  $b_w$  é simples.

Para variáveis com um número reduzido de possibilidades como no exemplo citado, o vetor de inclusão direta dos dados é suficiente para organizá-los, porém, para vetores com um número de possibilidades significativamente superior (como é o caso da armação longitudinal), se faz necessária a organização desses valores em um sistema de banco de dados mais avançado.

Com a utilização das variáveis discretas pelo algoritmo de otimização, foi necessário definir as possibilidades para a geração das vigas candidatas à solução (população). Para as vigas de concreto armado, considerando as centenas de possibilidades de armação para uma única viga, criou-se um sistema de organização em banco de dados constituído por matrizes em três dimensões.

As possibilidades de armação de uma viga de concreto armado dependem diretamente de características como: grau de agressividade do ambiente (cobrimento nominal), carregamentos aplicados (diâmetro da armação dos estribos) e materiais utilizados (diâmetro máximo do agregado). Levando em conta os fatores dependentes citados, o espaçamento mínimo que se utiliza para distribuir as armações na seção transversal da viga em sua região útil é dado pelo maior valor da Equações 6.2 e 6.3.

$$\alpha_h \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \varphi_{barra}, \varphi_{feixe}, \varphi_{luva} \\ 1,2d_{m\acute{a}x} \end{cases} \quad (6.2)$$

$$\alpha_v \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \varphi_{barra}, \varphi_{feixe}, \varphi_{luva} \\ 0,5d_{m\acute{a}x} \end{cases} \quad (6.3)$$

No programa computacional o algoritmo de geração de possibilidades de armação de uma viga de concreto armado foi denominado GERABIT (gerador de bitolas). A partir de uma seção transversal pré-determinada, inicia-se distribuindo 4 barras de 0,63 cm de diâmetro nos quatro vértices da viga (ou de 0,80 cm de diâmetro, ficando a critério do usuário), sendo esta a armação mínima e comumente denominada *porta-estribo*. Após isso, verifica-se a possibilidade de acrescentar uma barra adicional de 0,63cm, calcula-se então o novo espaçamento entre as barras e verifica se é maior que o espaçamento horizontal mínimo apresentado através da Equação 5.2. Caso seja possível adicioná-la, gera-se uma nova possibilidade de armação. Caso não seja possível, verifica-se a possibilidade de adicionar uma nova camada de armação, que neste caso deve-se respeitar o espaçamento vertical mínimo apresentado pela Equação 5.3 e também verifica-se o centro de gravidade das armaduras para todas as camadas, como recomendado pelo item 17.2.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), e está exemplificado pela Figura 6.3.

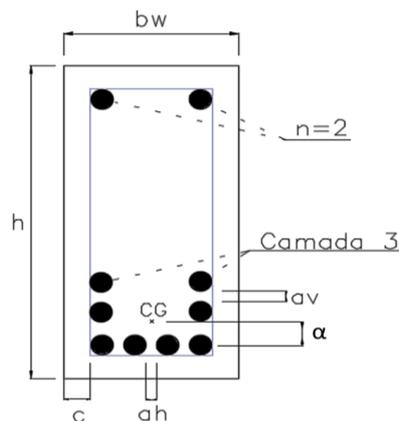


Figura 6.3 Representação da seção transversal de uma viga.

A Figura 6.3 apresenta o espaçamento vertical ( $av$ ), espaçamento horizontal ( $ah$ ), cobrimento nominal ( $c$ ), número de bitolas ( $n$ ) e distância entre o CG das armaduras até o CG da primeira camada de armação ( $\alpha$ ).

Para um melhor entendimento da metodologia de geração de bitolas, apresenta-se um exemplo de geração de armaduras partindo de uma armação inicial arbitrada. A exemplificação pode ser analisada a Figura 6.4.

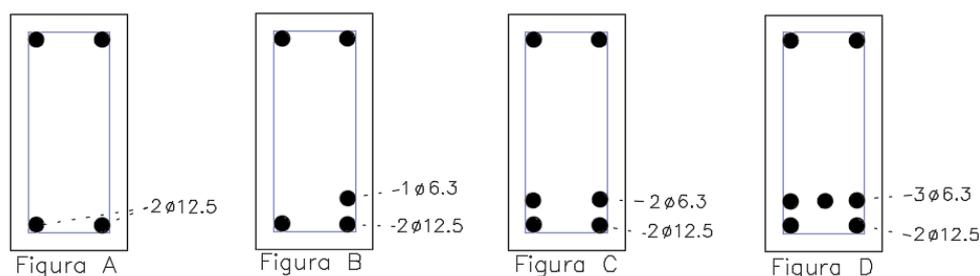


Figura 6.4 Exemplificação da adição de bitolas para o algoritmo de geração de banco de dados.

A Figura 6.4 apresenta:

Figura 6.4A: Armação inicial de exemplificação.

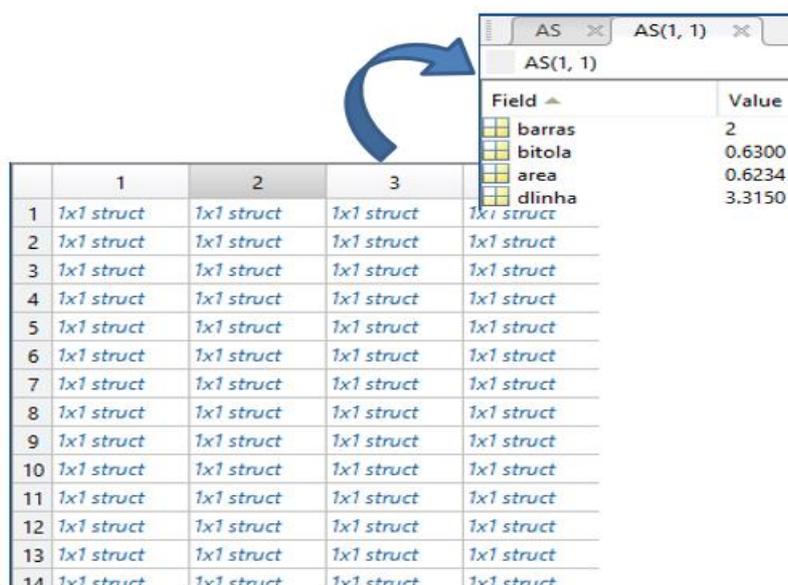
Figura 6.4B: Criação de uma nova camada de armação pela impossibilidade de adicionar outra barra de 12,5 mm na primeira camada e se verifica o  $\alpha$  do CG das armaduras como apresentado no item 3.1.6.3.

Figura 6.4C: Adição de outra barra de 6,3 mm na segunda camada.

Figura 6.4D: Adição da terceira barra de 6,3 mm na segunda camada, respeitando a condição de que a área total de aço da primeira camada seja menor ou igual a área total de aço da segunda camada e assim sucessivamente.

Após cada iteração do algoritmo de armações longitudinais, gera-se uma nova possibilidade de armação e guarda-se os dados obtidos em células de uma matriz tridimensional, formando assim o banco de dados de possibilidades de armações da viga analisada. Esse banco de dados armazena informações importantes como: número de barras de cada camada, diâmetro das bitolas em cada camada, área total de aço e centro de gravidade das armaduras, como mostrado na Figura 6.5.

É válido ressaltar que alterações no método de geração automática de possibilidades de armação são realizadas de maneira simplificada, necessitando alterar somente informações contidas na função de geração automática de armações longitudinais, GERABIT.



	1	2	3	4
1	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
2	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
3	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
4	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
5	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
6	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
7	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
8	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
9	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
10	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
11	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
12	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
13	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct
14	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct	1x1 struct

Field	Value
barras	2
bitola	0.6300
area	0.6234
dlinha	3.3150

Figura 6.5 Banco de dados de possibilidades de armações da viga analisado pelo algoritmo de otimização.

A Figura 6.5 apresenta o banco de dados (BD) aqui desenvolvido. Como citado anteriormente, o BD é armazenado em uma matriz tridimensional, linha, coluna e célula. Cada linha representa um arranjo de armação que define uma configuração candidata à solução do problema. Cada coluna representa as camadas de armação, a partir da primeira até a última camada que for necessária, dependendo do problema a ser resolvido. Por fim, cada célula compõe-se de informações como: número de barras na camada; diâmetro das barras da respectiva camada; área total de aço da respectiva camada; centro de gravidade da camada. As informações de cada linha definem um esquema particular de armação longitudinal.

Uma exemplificação do algoritmo gerador do banco de dados é apresentada no Apêndice A.

### 6.3 FUNÇÃO DE ARMAÇÃO TRANSVERSAL

Foi desenvolvida uma função de análise de vigas de concreto armado para armação transversal, denominada gerador de estribos. Nessa função, a partir da sequência de cálculo proposta pelo modelo I de cálculo apresentado pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e pelos fundamentos teóricos, considerando os esforços cortantes presentes nas estruturas, chega-se à armação transversal necessária.

O módulo computacional criado de armação transversal otimizada considera os diâmetros nominais de 5,0, 6,3, 8,0, 10,0 e 12,5 mm. Para cada região da envoltória de cortante apresentada pela Figura 6.6, o algoritmo procede com as verificações (nesse caso o modelo I,

estribos a 90 graus) dos espaçamentos máximos e mínimos. Faz-se a consideração de até 3 diferentes regiões de armação transversal para um mesmo vão da viga. Porém, as configurações de critérios podem ser alteradas com facilidade para diferentes critérios de projetistas.

A Figura 6.6 apresenta uma exemplificação de 3 regiões de solicitação ao cortante por vão da viga contínua. Cada região poderá ser armada diferentemente umas das outras.

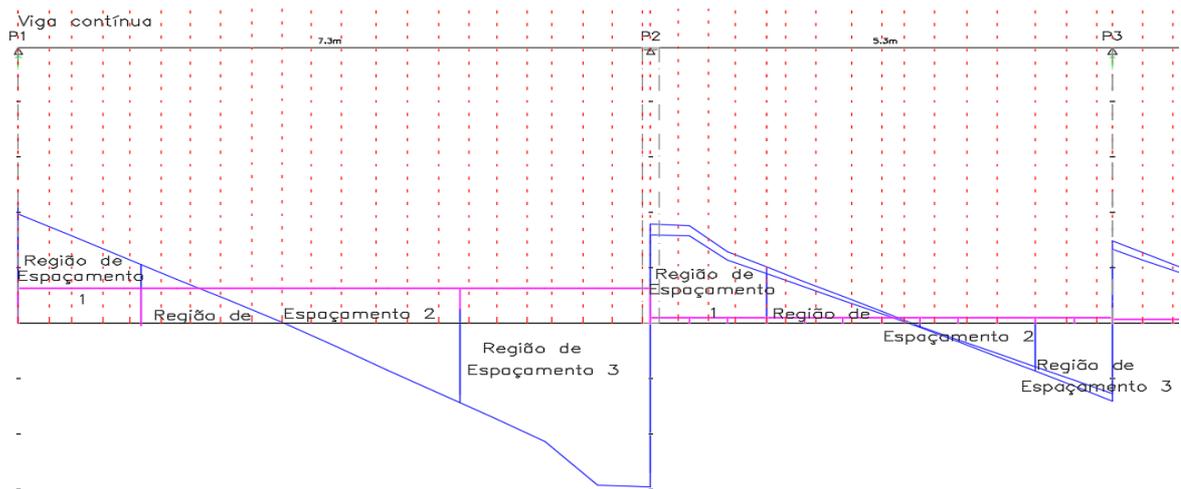


Figura 6.6 Diferentes regiões de cortante para a armação transversal da viga contínua.

O algoritmo inicia a verificação pelo diâmetro mínimo (5 mm). Se o espaçamento calculado ultrapassar o máximo, o espaçamento é definido como o máximo permitido e a região do cortante analisada é considerada otimizada. Se o espaçamento for menor que o mínimo, o algoritmo recursivamente continua para o próximo diâmetro, até encontrar a solução ótima. Se o espaçamento ainda permanecer menor que o mínimo e o diâmetro for o de 12,5 mm (diâmetro máximo configurado), o algoritmo retorna como impossível dimensionar ao cortante através da função de restrições.

Uma exemplificação do algoritmo de armação transversal é apresentada no Apêndice A.

Apesar do processo de otimização não considerar a armação transversal como variável de projeto, o cortante influencia no algoritmo de otimização por considerar os limites máximos e mínimos de espaçamento dos estribos, incidindo desta forma no cálculo da função objetivo e das restrições de projeto.

O peso de aço, representado pela soma dos estribos (considerando o abraçamento e gancho), é utilizado na função objetivo como segue a Equação 5.4.

$$W_{st,k} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^3 \pi \times \frac{d_k^2}{4} \times n_{ij} \times l_i \quad (5.4)$$

Os espaçamentos máximos e mínimos são verificados na função de restrições.

Para o algoritmo desenvolvido não foi considerado o caso de cargas concentradas, porém, é simplificada a implementação de uma rotina que, em casos de cargas concentradas, gere uma nova região de armação ao entorno da carga concentrada, ficando a critério do projetista determinar os parâmetros de armação tanto para cargas concentradas quanto para cargas distribuídas, sendo estas: região a ser considerada no entorno da descontinuidade do cortante (carga concentrada) e para o caso de um máximo de 3 armações por vão, pode-se variar o número de armações ou estipular um parâmetro para mudança de espaçamento/bitola em dada região de influência.

## 6.4 MÓDULO DE ANÁLISE ESTRUTURAL

Diversas funções foram desenvolvidas objetivando calcular e verificar as vigas de concreto armado geradas pelo algoritmo de otimização. Como o AG gera vigas completas (cromossomos), faz-se necessária a criação de diversas funções de verificação para concreto armado, a fim de que sejam realizados os cálculos/verificações necessários.

Para todas as funções desenvolvidas, foram criadas funções de teste. As funções de teste são programas independentes da função principal, utilizadas para realizar as verificações necessárias para adequação nas normas e gerar resultados locais para a validação das funções implementadas ou testes impostos pelo usuário.

As variáveis das equações que estão presentes nos itens subsequentes estão apresentadas no capítulo de Fundamentos Teóricos do presente trabalho.

### 6.4.1 Análise de estado último, domínio de deformação e ductilidade

Foi desenvolvida uma função de análise estrutural de vigas, de seção transversal retangular ou T. Nessa função, a partir da marcha de cálculo seguindo o modelo tradicional de dimensionamento, e com a armação já determinada pelo AG juntamente com os momentos fletores presentes na estrutura, consegue-se estabelecer o domínio de deformação da viga e determinar se a armação é suficiente para manter a viga no domínio de deformação necessário.

Os estádios de deformação determinados por norma foram apresentados na revisão bibliográfica e implementados na metodologia.

Foi desenvolvida uma função específica para armaduras longitudinais, considerando momentos fletores negativos. Esta função é utilizada principalmente em situações de balanço e em regiões de apoio, sendo que a principal diferença desta para a função que considera os

momentos fletores positivos é a consideração da seção transversal retangular unicamente, em vez de uma possível seção T, descartando assim a influência da laje na rigidez e resistência das vigas, e ocasionando conseqüentemente em uma taxa necessária de armação superior à gerada pela primeira possibilidade.

#### 6.4.2 Obtenção dos esforços na estrutura

Foi desenvolvida também a função de análise estrutural. Esta função é utilizada juntamente com cada aplicação da função de mapeamento inicial, a fim de se considerar o peso próprio da estrutura na obtenção das solicitações, e alcançar resultados de otimização mais realistas. Essa consideração é válida e necessária pois, além do custo dos materiais utilizados, pondera o aumento das solicitações em estruturas mais pesadas, tornando seções transversais exageradas mais onerosas, sendo essa análise uma consideração coerente/necessária e que não foi identificada em outros trabalhos de otimização de vigas de concreto armado pesquisados e estudados pela revisão bibliográfica do presente trabalho, salvo em GOVANINDARAJ e RAMASAMY (2005).

#### 6.4.3 Armadura lateral

O processo de obtenção da armadura lateral, para os casos de vigas com altura maior a 60 cm, segue as diretrizes exigidas por norma e que foram apresentadas pela revisão bibliográfica do presente trabalho. O custo é considerado na função objetivo, sendo assim, o algoritmo de otimização, para alguns casos, percebe a diferença e procura soluções com altura de viga abaixo de 60cm, evitando assim a armadura lateral.

$$A_{s,pele,min} = 0,10\%A_{c,alma} \quad (5.5)$$

A Equação 5.5 define, de maneira simplificada, que para vigas com  $h \geq 60$  cm, a área da armadura de pele deve ser 0,10% da área de concreto da alma da seção transversal. A área encontrada se refere a somente uma face da seção, tendo que repetir a mesma armação para a face oposta.

#### 6.4.4 Centro de gravidade das armaduras

O cálculo do centro de gravidade das armaduras é realizado na função de geração de possibilidades de armaduras. Essa informação é guardada como um dado adicional na matriz tridimensional de banco de dados, e é utilizada, dentre outros, na função restrições do algoritmo,

por ser restrição normativa e apresentada pela NBR 6118 (ABNT, 2014) item 17.2.4.1, como ilustrado na revisão bibliográfica e demonstrado no algoritmo a seguir.

Uma exemplificação do algoritmo que calcula o centro de gravidade das armaduras é apresentada no Apêndice A.

#### 6.4.5 Funções de verificação de Estado Limite de Serviço

As funções implementadas de verificação de abertura de fissuras e verificação de flecha máxima e admissível, trazem os parâmetros necessários para as verificações do Estado Limite de Serviço (ELS) em vigas de concreto armado, seguindo os preceitos apresentados por norma, e também elucidados pela revisão bibliográfica e resumidamente representadas pelas Equações 5.6.

$$w_k = \frac{\phi_i}{12.5\eta_1} \cdot \frac{f_{yd} \cdot A_{s,calc}}{\gamma_f \cdot \rho_r \cdot A_{cr}} \cdot \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right) \leq \text{Limite de fissuração} \quad (5.6)$$

$$f_i = \frac{p_i \cdot l^4}{384(EI)_{eq}} K \quad f_{t=\infty} = f_i(1 + \alpha_f)$$

### 6.5 MÓDULO DE OTIMIZAÇÃO

Nesse tópico são apresentadas as funções relacionadas ao processo de otimização desenvolvido neste trabalho.

#### 6.5.1 Função de mapeamento

A cada iteração no processo de otimização os códigos das variáveis de projeto discretas e contínuas são alteradas arbitrariamente pelo AG. As VP discretas contêm posições referidas a um banco de dados, sendo necessário um processo de mapeamento (função MAP.m) a fim de serem decodificadas para obtenção dos valores reais, que permitam definir a configuração real da viga.

Desta forma, através da função de mapeamento são definidas variáveis como: altura e largura (seção transversal),  $f_{ck}$  e o template de armação da seção transversal da viga em análise.

### 6.5.2 Função Objetivo

A função objetivo considera os custos de confecção da viga. Desta forma, são avaliados os custos das formas de madeira, o custo do concreto levando em conta o tipo do concreto (fck atribuído no processo de otimização). Os custos das armaduras, como: armações longitudinais, tanto positivas quanto negativas, as armações transversais, as armações laterais (costela) e as ancoragens quando necessárias também são consideradas na função objetivo.

### 6.5.3 Restrições de projeto

As restrições de projeto, consideram limitações normativas, tanto referente aos domínios de deformação, quanto aos limites de serviço.

A área de aço comprimida ( $As_c$ ) deve ser menor ou igual que a metade da área de aço tracionada ( $As_t$ ), como é apresentado na Equação 6.2.

$$g_1 = \frac{As_c}{0,5.As_t} - 1 \quad (6.2)$$

A área de aço deve ser menor que 4% da área da seção transversal como é apresentado na Equação 6.3.

$$g_2 = \frac{As}{0,04.bw.h} - 1 \quad (6.3)$$

A flecha no tempo infinito ( $Def_\infty$ ) deve ser menor que a máxima permitida ( $Def_{limit}$ ), como é apresentado na Equação 6.4.

$$g_3 = \frac{Def_\infty}{Def_{limit}} - 1 \quad (6.4)$$

A abertura de fissuras existente ( $wk_{exis}$ ) deve ser menor que o limite da norma ( $wk_{allow}$ ) como é apresentado na Equação 6.5.

$$g_4 = \frac{wk_{exis}}{wk_{allow}} - 1 \quad (6.5)$$

O fator  $\alpha$  deve ser limitado por 10% da altura da viga ( $h$ ) como é apresentado na Equação 6.6.

$$g_5 = \frac{\alpha}{0,10.h} - 1 \quad (6.6)$$

A linha neutra ( $x$ ) deve estar entre o domínio 2 (limite inferior  $x_{23}$ ) e o domínio 4 (limite superior  $x_{34}$ ), como é apresentado nas Equações 6.7 e 6.8.

$$g_6 = \frac{x_{23}}{x} - 1 \quad (6.7)$$

$$g_7 = \frac{x}{x_{34}} - 1 \quad (6.8)$$

A altura do flange ( $t$ ) deve ser menor que a altura útil ( $d$ ) e menor que 80% da linha neutra ( $x$ ), como é apresentado nas Equações 6.9.

$$g_8 = \frac{t}{d} - 1 \quad g_9 = \frac{t}{0.8 \cdot x} - 1 \quad (6.9)$$

O espaçamento entre estribos ( $Sstir$ ) deve estar entre o espaçamento máximo ( $Sstir_{max}$ ) e mínimo ( $Sstir_{min}$ ), como é apresentado na Equação 6.11 e 6.12. As verificações realizadas a partir das Equações 6.11 são feitas pelo módulo de armação transversal.

$$g_{10} = \frac{Sstir}{Sstir_{max}} - 1 \quad g_{11} = \frac{Sstir_{min}}{Sstir} - 1 \quad (6.10)$$

As restrições de espaçamento para as armações longitudinais devem estar dentro dos limites preestabelecidos, indicados pela norma NBR 6118 (ABNT, 2014) e comentados nos fundamentos teóricos de vigas de concreto armado. As restrições são apresentadas através das Equações 6.13. Sendo  $ah$ ,  $ah_{max}$  e  $ah_{min}$ , O espaçamento horizontal existente, máximo e mínimo, respectivamente. E  $av$ ,  $av_{max}$  e  $av_{min}$  sendo espaçamento vertical existente, máximo e mínimo, respectivamente.

$$g_{12} = \frac{ah}{ah_{max}} - 1 \quad g_{13} = \frac{av}{av_{max}} - 1 \quad g_{14} = \frac{ah_{min}}{ah} - 1 \quad g_{15} = \frac{av_{min}}{av} - 1 \quad (6.13)$$

O ELU deve ser garantido. O momento último ( $M_u$ ) deve ser menor ou igual ao momento de projeto ( $M_{sd}$ ), como é apresentado na Equação 6.14.

$$g_{16} = \frac{M_{sd}}{M_u} - 1 \quad (6.14)$$

A função de restrição, juntamente com a função de geração de bitolas possibilitam a geração de candidatos à solução dentro das especificações normativas e de segurança pré-estabelecidas.

## 7 APLICAÇÕES, RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesse capítulo são apresentados os resultados obtidos pela metodologia desenvolvida no presente trabalho. Os resultados obtidos foram comparados e discutidos com trabalhos de otimização estrutural em vigas de concreto armado, biapoiadas e contínuas citados na revisão bibliográfica do segundo capítulo.

Para validar os resultados gerados pelo programa desenvolvido, foram confeccionadas diversas tabelas, contrapondo os custos de fabricação de elementos estruturais com características equivalentes.

Como citado anteriormente, no presente trabalho foram considerados o Estado Limite Último (ELU), o Estado Limite de Serviço (ELS) e as boas práticas da construção civil. Porém, adaptações foram realizadas para que pudesse ser realizada as comparações aqui apresentadas.

Sendo assim, todas as verificações de ELU, ELS, condições normativas para criação de banco de dados, limites máximos e mínimos normativos foram implementadas visando abranger os casos de vigas biapoiadas e de vigas contínuas, usualmente utilizadas em estruturas de pequeno e médio porte, sendo esse o escopo adotado para o presente trabalho.

## 7.1 APLICAÇÃO NA OTIMIZAÇÃO DE VIGAS BIPOIADAS

Foram apresentados dois estudos de caso para vigas biapoiadas e comparados os resultados obtidos pela metodologia do presente trabalho com as disponíveis na literatura.

Como o presente trabalho considera a resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ) como variável de projeto, os custos dos diferentes concretos foram adaptados para os estudos dos casos apresentados. Foi considerado a média percentual de aumento/redução de custo, baseado na variação média do mercado na época da pesquisa.

Inicialmente, os resultados obtidos pelo presente trabalho foram comparados com os apresentados por Coello et al. (1997). Como já mencionado, esses pesquisadores estudaram vigas de concreto armado otimizadas utilizando AG. Uma segunda comparação foi realizada com os resultados apresentados por Chakrabarty (1992), que utiliza um outro método de otimização para o mesmo estudo de caso. Um esquema simplificado para o problema proposto é apresentado pela Figura 7.1.

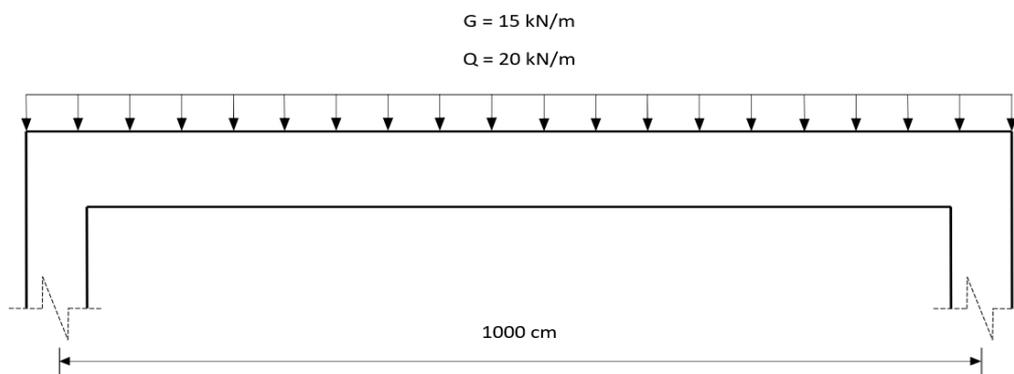


Figura 7.1 Estudo de caso proposto por Chakrabarty (1992) e comparado por COello et al. (1997).

O custo dos materiais utilizados e as cargas aplicadas consideradas para o estudo de caso apresentado estão presentes na Tabela 7.1.

Tabela 7.1: Custo dos materiais e cargas aplicadas para o estudo de caso de viga biapoiada proposto por Coello et al. (1997) e adaptado para o presente trabalho.

Material	Specifications	Value
Concreto	15 MPa	50.38 \$/ m <sup>3</sup>
Concreto	20 MPa	55.15 \$/ m <sup>3</sup>
Concreto	25 MPa	59.28 \$/ m <sup>3</sup>
Concreto	30 MPa	64.50 \$/ m <sup>3</sup>
Concreto	40 MPa	69.60 \$/ m <sup>3</sup>
Aço	300 MPa	0.72 \$/ kg
Fôrma	-	2.155 \$/ m <sup>2</sup>
-	Carga sobre a estrutura	15 kNm e 20 kNm

Os resultados obtidos para o estudo de caso proposto a partir das metodologias propostas pelo presente trabalho (PT), por Coello et al. (1997) e por Chakrabarty (1992) são apresentados na Tabela 7.2.

Tabela 7.2 Comparação entre os resultados obtidos pelo presente trabalho (PT), Coello et al. (1997) e Chakrabarty (1992).

Propriedades					Custo Total	Custo em relação ao PT
Pesquisa	Altura (cm)	Largura (cm)	Area de aço (cm <sup>2</sup> )	f <sub>ck</sub> (MPa)	(\$)	(%)
Chakrabarty (1992)	95,47	30	37,69	30	37,25	113,50
Coello et al. (1997)	87,70	20,68	31,16	30	38,85	117,07
Present trabalho	70	35	28,49	35	32,22	100

Como pode ser observado na Tabela 7.2, o custo total da configuração ótima da viga de concreto armado obtida pelo presente trabalho, foi inferior aos apresentados pelas referências. Assim, foi obtido um custo total ótimo 13,5% menor que o apresentado por Chakrabarty (1992) e 17,07% menor que o apresentado por Coello et al. (1997).

Ainda no estudo de vigas biapoiadas, para a segunda comparação, a pesquisa apresentada por Govindaraj e Ramasamy (2005) foi utilizada, essa pesquisa utiliza AG como o algoritmo de otimização. Uma segunda comparação foi realizada com os resultados apresentados por Kanagasundram and Karihaloo (1991), pois esta última apresenta outro método de otimização para o mesmo estudo de caso, a Figura 7.2 apresenta o esquema simplificado desse estudo de caso.

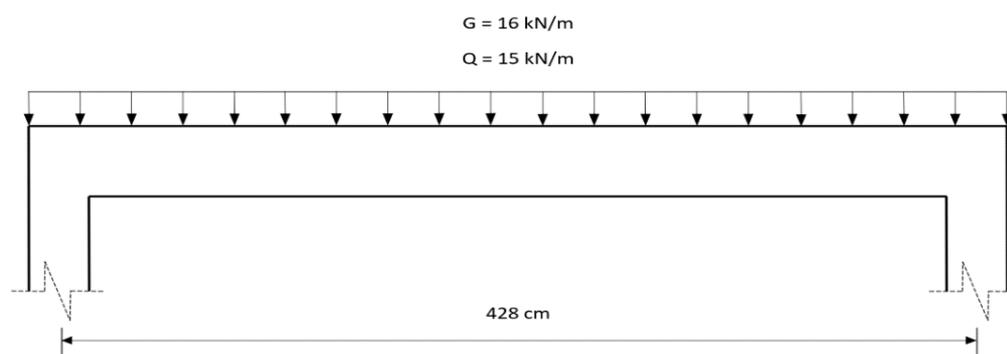


Figura 7.2 Estudo de caso proposto por Kanagasundram e Karihaloo (1991), comparado por Govindaraj e Ramasamy (2005) e pelo presente trabalho.

Os resultados obtidos pela metodologia do presente trabalho, por Govindaraj and Ramasamy (2005) e por Kanagasundram and Karihaloo (1991) estão apresentadas na Tabela 7.3.

Tabela 7.3 Resultados obtidos pelo presente trabalho (PT), Govindaraj e Ramasamy (2005) e Kanagasundram e Karihaloo (1991).

Pesquisa	Quantidades			Custos dos Materiais (\$)			Custo Total (u)	Relação com PT (%)
	Concreto (m <sup>3</sup> )	Fôrma (m <sup>2</sup> )	Aço (kg)	Concreto	Fôrma	Aço		
Kanagasundram e Karihaloo (1991)	0,35	3,878	26,589	0,35	1,629	0,4028	2,3818	114,98
Govanindaraj e Ramasamy (2005)	0,224	2,829	46,251	0,224	1,188	0,701	2,1131	108,14
Presente trabalho	0,478	3,037	30,811	0,412	1,211	0,437	2,0596	100

Como pode ser observado na Tabela 7.3, a configuração ótima obtida pelo presente trabalho apresenta o custo total de confecção da viga inferior aos apresentados pelas referências. Foi obtido um custo total 14,98% inferior ao obtido por Kanagasundram e Karihaloo (1991) e 8,14% inferior ao obtido por Govindaraj e Ramasamy (2005).

Os valores das restrições de projeto obtidas para os estudos de caso analisados, tanto por Coello et al. (1997) quanto por Govindaraj e Ramasamy (2005), estão apresentadas na Figura 7.3. Valores inferiores a 0 indicam que as restrições de projeto foram atendidas, ou seja, as condições de restrição alcançaram os requisitos normativos propostos. Valores próximos de 0 indicam que tais restrições são limitantes para a redução de custo do problema, desta forma são consideradas restrições ativas.

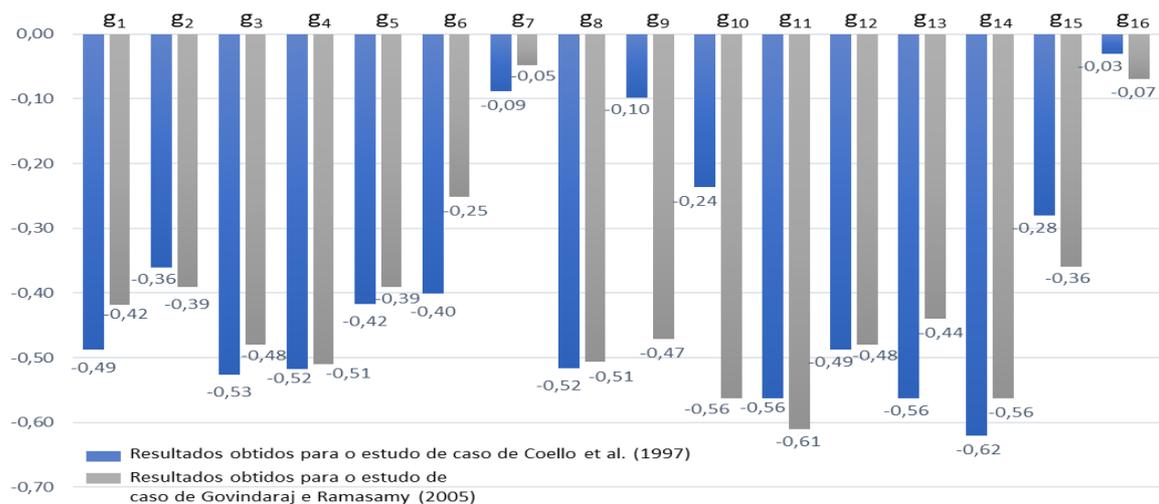


Figura 7.3 Restrições de projeto obtidas nas comparações do presente trabalho com Coello et al. (1997) e Govindaraj and Ramasamy (2005).

É observado que para as duas comparações, o limite da linha neutra ( $x$ ) e o momento fletor ultimo resistente, sendo as restrições  $g_7$  e  $g_{16}$  respectivamente, são restrições ativas. Para a comparação com Coello et al. (1997) exclusivamente, a altura do flange ( $t$ ) sendo menor ou igual a 80% da altura da linha neutral ( $x$ ), considerada na restrição  $g_9$ , também é uma restrição ativa.

Portanto, apesar da metodologia proposta pelo presente trabalho utilizar variáveis discretas exclusivamente, os resultados obtidos alcançaram valores significativamente inferiores quando comparados com os resultados apresentados por Coello et al. (1997) e Chakrabarty (1992). Também apresentou melhores resultados se comparados com Govindaraj e Ramasamy (2005) e Kanagasundram e Karihaloo (1991). Desta forma, os resultados obtidos demonstraram que o uso de diferentes resistências características do concreto como variável de projeto (considerando a variação de custo para cada  $f_{ck}$ ) e a geração do banco de dados tiveram significativo impacto no resultado final para os estudos de caso analisados.

## 7.2 APLICAÇÃO NA OTIMIZAÇÃO DE VIGAS CONTÍNUAS

Nessa aplicação, seguindo o modelo apresentado por Kanagasundram e Karihaloo (1991), foi considerada uma viga contínua de três vãos, 7m, 5m e 4m de vão livre respectivamente, como apresentados na Figura 7.3. Os apoios considerados foram de 28 cm, 56 cm, 28 cm e 28 cm, respectivamente. As cargas consideradas nas vigas foram cargas retangulares uniformemente distribuídas de 18 kN/m como carga permanente e 20 kN/m como carga acidental.

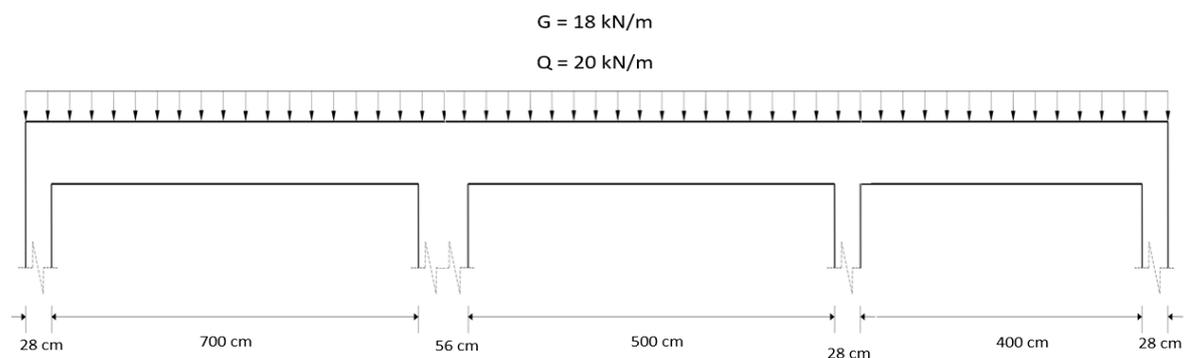


Figura 7.4 Viga contínua submetida a carga uniformemente distribuída permanente  $G$  e accidental  $Q$ .

Os resultados obtidos para o problema proposto foram comparados com outros dois trabalhos disponíveis na literatura, o de Govanindaraj e Ramasamy (2005) e o de Kanagasundram e Karihaloo (1991). Como já comentado anteriormente, no trabalho de Govanindaraj e Ramasamy (2005) foi desenvolvido um algoritmo de otimização para vigas contínuas em concreto armado que comparou resultados com os obtidos pelo trabalho de Kanagasundram e Karihaloo (1991), sendo este último quem propôs o estudo de caso.

Uma comparação exata também não seria possível devido aos dois trabalhos mencionados seguirem a norma Indiana de concreto armado (IS 456 (2000) e Bureau Indian (1980)), enquanto que o presente trabalho procurou seguir os preceitos das normas Brasileiras ABNT NBR. Contudo, as condições de ELU e ELS das normas brasileiras e indianas são bastante equiparáveis.

O presente trabalho empenhou-se em realizar uma comparação mais próxima possível. Assim, foi necessário desativar algumas funções do algoritmo do presente trabalho, levando em conta que os autores das referências citadas não mencionaram sua utilização. Desta forma, as funções desativadas foram: limites de fissuração, CG máximo das armaduras (o autor considera no máximo 2 camadas possíveis para armação) e para o cortante foram consideradas três regiões de armação por vão.

Visando comparação, os custos dos materiais foram:  $1/\text{m}^3$  para o concreto (C25), 0,01515/kg para o aço (CA-50) e 0,42/ $\text{m}^2$  para as fôrmas (o custo de mão de obra está inclusa em cada material). Como o presente trabalho considera o  $f_{ck}$  como variável de projeto, foram adaptados os valores considerando as porcentagens médias de aumento/redução de custos para as diferentes resistências características do concreto, sendo esses: 0,862 0,936 1,00 1,081 1,160 e 1,244. Esses valores são referentes a 15 MPa, 20 MPa, 25 MPa, 30 MPa e 40 MPa, respectivamente. Foi considerado como altura do flange 12cm. Já para os dois trabalhos em análise, diferentemente do desenvolvido pelo presente trabalho, a largura  $b_w$  foi fixada como

24 cm e não foi considerada como variável de projeto. Para a altura  $h$ , foi considerada fixa em todos os vãos. A Tabela 6.4 apresenta os resultados obtidos pelos três modelos de otimização.

Tabela 7.4 Comparação dos resultados obtidos entre o presente trabalho, Govanindaraj e Ramasamy (2005) e Kanagasundram e Karihaloo (1991).

Pesquisa	Quantidades			Custos dos Materiais (\$)			Custo Total (u)	Relação com PT (%)
	Concreto (m <sup>3</sup> )	Fôrma (m <sup>2</sup> )	Aço (kg)	Concreto	Fôrma	Aço		
Kanagasundram e Karihaloo (1991)	2,1395	19,064	174,5	2,1395	8,01	2,64	12,79	110,79
Govanindaraj e Ramasamy (2005)	1,462	14,544	281,6	1,462	6,11	4,27	11,84	103,63
Presente trabalho	1,3781	12,96	288,45	1,5986	5,44	4,37	11,41	100

Como pode ser observado na Tabela 7.7, o custo total da configuração ótima obtido pela metodologia do presente trabalho é inferior aos apresentados pelas referências. Foi obtido um custo do resultado ótimo 10,79% inferior ao resultado de Kanagasundram e Karihaloo (1991) e 3,63% inferior ao resultado de Govindaraj e Ramasamy (2005).

Além das diferenças normativas e as diferenças nas considerações das variáveis de projeto, o algoritmo desenvolvido pelo presente trabalho considera a viga e suas armações como um modelo que inclui diversas variáveis a fim de se obter um universo de possibilidades maior, consequentemente, melhores resultados foram obtidos.

Os valores das restrições de projeto obtidos pela configuração ótima do presente trabalho em comparação com Govindaraj e Ramasamy (2005) são apresentadas através da Figura 7.6. Os valores apresentados pela Figura 7.6 estão organizados por restrições relacionadas a seções críticas, restrições relacionadas a cada vão e restrições gerais que consideram inteiramente o modelo de viga contínua.

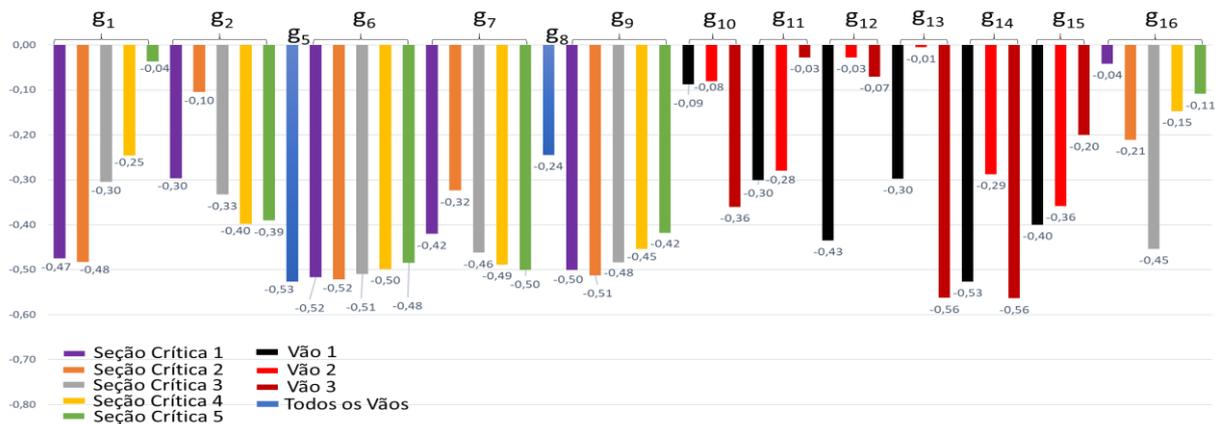


Figura 7.5 Restrições de projeto obtidas pela comparação dos resultados do presente trabalho com Govindaraj e Ramasamy (2005).

Na Figura 7.6 observa-se que: as restrições  $g_1$  para a seção crítica 5,  $g_{10}$  para o vão 1 e 2,  $g_{11}$  para o vão 3,  $g_{12}$  para o vão 2 e 3,  $g_{13}$  para o vão 2 e  $g_{16}$  para a seção crítica 1 são limitantes para redução de custo, portanto, são consideradas restrições ativas.

No trabalho de Govanindaraj e Ramasamy (2005), apesar de terem sido desenvolvidas tabelas de armações organizadas por seção transversal, as armações não foram consideradas como variáveis de projeto, e sim calculadas as taxas mínimas necessárias de armadura por seção transversal, considerando combinações de barras comerciais, chegando a um banco de dados de armações longitudinais. Em quanto que no presente trabalho, com os esforços solicitantes das vigas, são reconhecidas as regiões onde existe a necessidade de armação longitudinal, após isso são consideradas as possíveis armações a serem alocadas nessas regiões como variáveis de projeto, possibilitando soluções contendo armadura dupla.

Posteriormente, são executadas as funções de acréscimos em taxa de armadura necessárias, seja por abertura de fissuras excessiva ou por limitação de flechas admissível. Desta forma, obtém-se a armação ótima das vigas. Analisando as Figuras 7.7 e 7.8, pode-se verificar as diferenças nas armações obtidas.

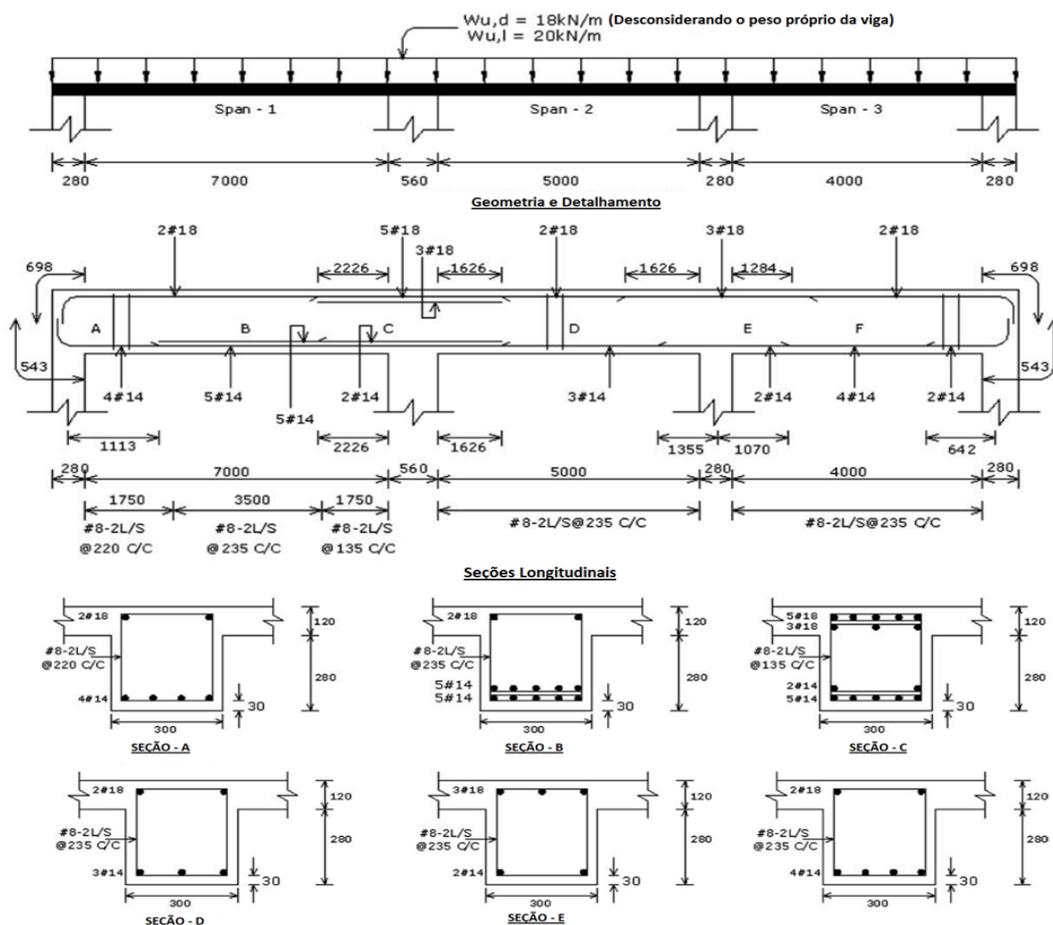


Figura 7.6 Armação obtida por Govanindaraj e Ramasamy (2005) para o problema proposto de vigas contínuas.

Apesar das diferenças entre bitolas, a armação é alocada de maneira semelhante entre as metodologias em comparação. Na Figura 7.8 é possível constatar o detalhamento alcançado pela metodologia do presente trabalho, especificamente para o estudo de caso proposto para vigas contínuas, apresentando as armações e dimensões necessárias para combater as solicitações atuantes.

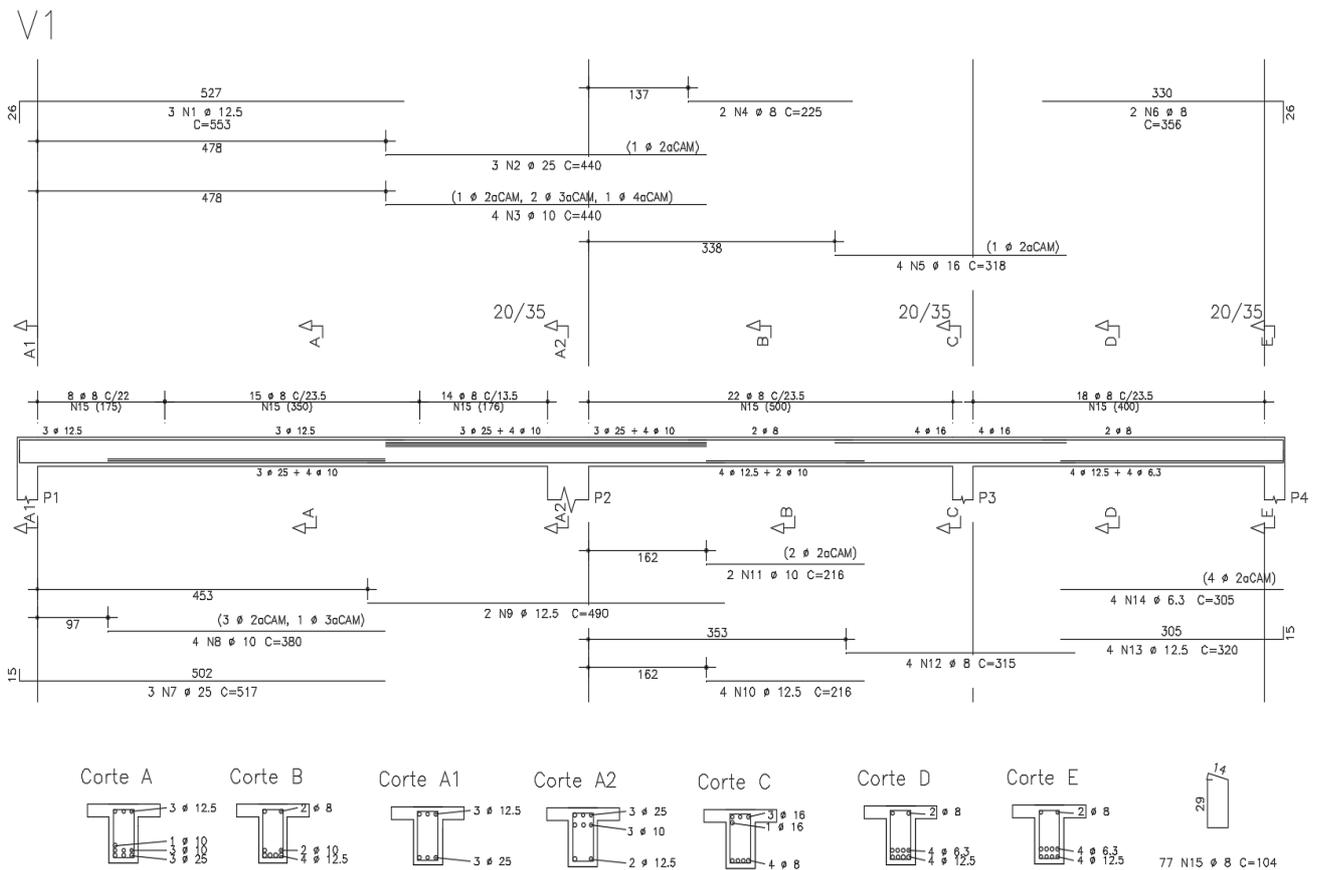


Figura 7.7 Armação da viga gerada pelo algoritmo de otimização desenvolvido. Adaptada para o programa de cálculo estrutural TQS V19 e verificada quanto as exigências normativas.

Para a armação gerada automaticamente através do modelo proposto pela presente pesquisa, foi utilizado o programa de cálculo estrutural comercial TQS em sua versão 19.9, sendo esta versão atualizada com a norma NBR 6118 (ABNT, 2014). É importante evidenciar que foram necessárias adequações das armaduras geradas referentes ao lançamento no *software*, sendo necessário entrar com o posicionamento das armaduras, bitolas, dimensões da seção transversal de concreto e  $f_{ck}$  obtidos pela otimização, para se chegar ao modelo apresentado pela Figura 6.10. O lançamento foi realizado de maneira não automática e os resultados

apresentados foram utilizados simplesmente como base de validação dos resultados obtidos através da metodologia de otimização do presente trabalho.

Para verificar os estádios de deformação, ELU, ELS, restrições normativas e de segurança, foi utilizada a ferramenta de verificação de vigas contínuas do *software* comercial TQS. Algumas restrições foram consideradas pela análise da ferramenta comercial.

Observou-se que os resultados foram aprovados pela verificação do programa TQS.

## **8 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este trabalho serviu como base para galgar degraus mais avançados, resultados mais refinados e mais coerentes com a realidade, se tratando de otimização de estruturas em concreto armado.

Todas as considerações, metodologias e dimensionamentos desenvolvidos, seguiram as normas regulamentadoras brasileiras vigentes.

Os dimensionamentos apresentados pelo presente documento foram baseados tanto no Estado Limite Último (ELU) quanto no Estado Limite de Serviço (ELS) e simultaneamente foram consideradas as recomendações de boas práticas da engenharia civil brasileira.

Realizou-se a análise da estrutura, caracterização dos materiais e utilizou-se das boas práticas de projetos estruturais para a obtenção de estruturas otimizadas, de maneira conservadora e a favor da segurança.

Além disso, foram desenvolvidas funções que consideram não somente as restrições normativas, mas também a facilidade na execução das construções em alguns aspectos. Foram desenvolvidos módulos computacionais que trouxeram benefícios à metodologia de otimização desenvolvida. Dentre estes figura-se o gerador de bitolas. Este módulo, além de facilitar a implementação da armação longitudinal como variável discreta, garante que as armações estejam dentro dos requisitos de norma.

O módulo de análise estrutural automatizado utilizando planilhas excel foi de grande valia para o cálculo dos esforços atuantes nas diversas estruturas estudadas. Uma grande vantagem foi a possibilidade de se definir diversas situações e condições de apoio, obtendo os respectivos esforços de maneira simplificada.

O módulo de otimização utilizando algoritmos genéticos se apresentou de maneira eficaz e fornecendo configurações ótimas eficientes com baixo consumo computacional.

Não obstante, critérios de usuários/projetistas podem ser adicionados com relativa facilidade ao algoritmo desenvolvido, sendo assim, o algoritmo gera estruturas coerentes e passíveis de serem executadas após minuciosa verificação do engenheiro projetista.

A utilização de softwares como *AutoCAD*<sup>®</sup>, *Ftool*<sup>®</sup>, *MATLAB*<sup>®</sup>, *Excel*<sup>®</sup>, dentre outros, foram necessários para o desenho de plantas, desenvolvimento de funções, geração de modelos, verificação cálculos e apresentação de resultados.

Os resultados obtidos foram satisfatórios, tanto pelas restrições impostas pelo presente trabalho, quanto para todas as verificações realizadas pelo programa comercial utilizado como verificação para o estudo de caso da viga contínua otimizada. Adequações relativas às armações e comprimentos de ancoragem devem ser alterados e adaptados para necessidades específicas, ficando a critério do projetista.

Encontrou-se dificuldade em aprofundar as discussões sobre os resultados obtidos devido a escassez de trabalhos que envolvam otimização de vigas contínuas de concreto armado. Em média, os ganhos obtidos pela metodologia do presente trabalho em relação aos trabalhos da literatura comparados ficaram entre 8% e 9%.

O desenvolvimento de novas tecnologias traz avanços consideráveis na maneira que se projeta e se dimensiona estruturas. Com o surgimento de algoritmos de otimização sofisticados, veio também a oportunidade de aplicar essas metodologias nas mais diversas áreas do conhecimento humano, incluindo para a área de estruturas. A relevância de reduzir custos mantendo a qualidade e segurança das estruturas é uma necessidade de importância crescente. Com o desenvolvimento da metodologia aqui apresentada, acredita-se que se alcançou um estágio mais avançado na busca de estruturas otimizadas.

É válido ressaltar que o desenvolvimento de uma ferramenta computacional integrada com os softwares comerciais seria um avanço bastante significativo para as estruturas de concreto armado e uma transição na maneira que se analisa e dimensiona estruturas.

Esta adequação, partindo de um programa comercial elaborado, seria de grande valia para a obtenção de estruturas tridimensionais mais complexas e realistas, considerando as metodologias de cálculo mais refinadas que os softwares da atualidade dispõem, como pórticos tridimensionais, discretizando os elementos básicos estruturais (como vigas, lajes, pilares e fundações) em um modelo integral e efetivo de cálculo.

Apesar da geração semiautomática de estruturas ser coerente com o dimensionamento comumente aplicado em projetos, é fundamentando o fato de que a metodologia desenvolvida é apresentada como uma ferramenta de auxílio para a análise de estruturas exclusivamente, sendo que a utilização dos resultados em estruturas reais deve passar por um rigoroso critério

de verificação. É clara a grandiosa importância do engenheiro como principal protagonista na elaboração de projetos estruturais, tendo em vista sua competência e conhecimentos necessários em todas as etapas do dimensionamento estrutural, assim como seu bom senso em analisar as estruturas geradas e os resultados obtidos pelas ferramentas disponíveis.

Esta dissertação de mestrado se conclui com a convicção da sua contribuição positiva para o meio acadêmico. Todas as etapas deste trabalho só acrescentaram conhecimento e procurou divulgar e comprovar a importância das técnicas de otimização estrutural, se balizando nas normas regulamentadas brasileiras de estruturas em concreto armado.

## 8.1 CONCLUSÕES

- Foi desenvolvida uma metodologia computacional para o dimensionamento ótimo de vigas contínuas de concreto armado com o auxílio de Algoritmos Genéticos. A partir dos resultados obtidos pela metodologia proposta, foi possível concluir:
  - A metodologia de otimização foi formulada como um problema de projeto numérico computacional, de tal forma que os procedimentos tradicionais de desenvolvimento de projetos estruturais foram automatizados através de técnicas computacionais;
  - Com a disponibilidade de alto poder de processamento computacional a um custo relativamente baixo dos computadores modernos, a metodologia proposta consome pouco tempo de processamento, sendo possível, a princípio, ser adotada em softwares comerciais de projeto estrutural;
  - Os resultados ótimos de projeto podem ser controlados de maneira simplificada pelo projetista, exclusivamente especificando/alterando os limites das variáveis de projeto, modificando as características dos materiais, alterando os custos dos respectivos materiais à sua época e região geográfica, atualizando os padrões comerciais de venda, dentre outros;
  - A ferramenta computacional apresentada consegue soluções racionais e realistas para diferentes medidas e carregamentos aplicados em vigas contínuas de concreto armado;
  - Os resultados obtidos na comparação da metodologia proposta pelo presente trabalho com Coello et al. (1997) e Chakrabarty (1992) apresentaram resultados 17,07% e 13,50% inferiores respectivamente. Os resultados obtidos pela

comparação da metodologia do presente trabalho com Govindaraj e Ramasamy (2005) e Kanagasundram e Karihaloo (1991) para o estudo de caso de vigas biapoiadas foram 8.14% e 14.98% inferiores, respectivamente e para o estudo de caso de vigas contínuas foram 3.63% e 10.79% inferiores respectivamente.

- O método proposto tem baixa complexidade matemática, numérica e computacional. Foi desenvolvido de maneira simplificada, objetivando sua utilização amigável e futuras atualizações ou modificações.

- Com o uso do gerador de banco de dados proposto, considerando armações principal e secundária como variáveis de projeto, proporcionam ao algoritmo otimizador a possibilidade de testar soluções contendo armadura dupla na busca pelo resultado ótimo. Um outro grau de liberdade adicionado à presente metodologia é o uso do  $f_{ck}$  como variável de projeto, proporcionando ao algoritmo otimizador a liberdade de testar diversas soluções de seção transversal que de outra maneira não seriam testadas. Sendo assim, a presente metodologia foi capaz de encontrar soluções superiores para os estudos de caso analisados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT (2014) Projetos de Estruturas de Concreto - Procedimento. NB 6118. Rio de Janeiro.

Alves, L.R.M. (2013) Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal utilizando programação matemática e algoritmos genéticos. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Laboratório de Engenharia Civil (LECIV), Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro–UENF, Campos dos Goytacazes, 106 f.

Austrell, P-E., Dahlblom, O., Lindemann, J., Olsson, A.K-G., Persson, K., Petersson, H., Ristinmaa, M., Sandberg, G., Wernberg, P-A. (2004) CALFEM: A Finite Element Toolbox, Structural Mechanics, LTH, Sweden.

Balaguru, P.N. (1980) Cost Optimization Design of Doubly Reinforced Concrete Beams Building and Environment, 15: 219-222.

Barros, M.H.F.M., Barros, A.F.M., Ferreira, C.C. (2012) Optimal design of rectangular RC sections for ultimate bending strength. Structural Multidisciplinary Optimization, 45: 845-860.

Bastos, P.S.S. (2015) Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante. Disciplina 2123 - Estruturas de Concreto II. Bauru/SP, Departamento Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista- UNESP, 74p.

Bastos, P.S.S. (2015) Flexão normal simples - Vigas. Disciplina 2117 – Estruturas de Concreto I. Bauru/SP, Departamento Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista- UNESP, 78p.

Behera, S., Sahoo, S., Pati, B.B. (2015) A review on optimization algorithms and application to wind energy integration to grid. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 48 (C): 214-227.

Branson, D.E. (1966) Deflections of reinforced concrete flexural members. *Journal of the American Concrete Institute*, 63: 637-667.

Ferreira Júnior, S.S. (2005) Projeto ótimo de pórticos de aço com ligações semirrígidas utilizando Algoritmos Genéticos e Elementos Finitos Híbridos. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Laboratório de Engenharia Civil (LECIV), Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro–UENF, Campos dos Goytacazes.

Govanindaraj, V., Ramasamy, J.V. (2004) Optimum Detailed Design of Reinforced Concrete Continuous Beams Using Genetic Algorithms. *Computers and Structures*, 84 (1-2): 34-48.

Haupt, R.L., Haupt, S.E. (2004) *Practical Genetic Algorithms*. 2nd edition. John Wiley & Sons, New York.

Holland, J.H. (1975) *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor, MI.

Kanagasundram, S., Karihaloo, B.L. (1991) Minimum cost reinforced concrete beams and columns. *Computers and Structures*, 41 (3): 509–18.

Kwak, G.K., Kim, J.K. (2008) Optimum design of reinforced concrete plane frames based on predetermined section database. *Computers and Structures*, 40: 396-408.

Kwak, H.G., Kwak, J.H. (2009) An improved design formula for biaxially loaded slender RC column. *Engineering Structures*, 32: 226-237.

Lee, C., Ahn, J. (2003) Flexural design of reinforced concrete frames by genetic algorithm. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 129: 762-774.

Leonhardt, F., Mönnig, E. (1982) *Construções de concreto – Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado*, v. 1. Rio de Janeiro, Ed. Interciência, 305p.

Linden, R. (2012) *Algoritmos Genéticos*. 3ª. ed. Rio de Janeiro - RJ: Ciência Moderna.

Martha, L. F. (1999) Ftool: A Structural Analysis Educational Interactive Tool. Proceedings of Workshop in Multimedia Computer Techniques in Engineering Education. Graz, Áustria: Institute for Structural Analysis, Technical University of Graz, p. 51-65.

Mingqi, L., Xing, L. (2010) Genetic Algorithms based methodologies for optimization designs RC structures. International Conference on Intelligent System Design Engineering Application.

Montoya, P.J., Meseguer, A.G., Cabré, F.M. (1987) Hormigón armado. Barcelona, Gustavo Gili. v.1.

Mustafa, K. (2010) The effects of two new crossover operators on genetic algorithm performance. Aksaray University, Faculty of Engineering, Aksaray, Turkey.

Pinheiro, L.M., Muzardo, C.D., Santos, S.P. (2004) Estruturas de Concreto. Departamento de Engenharia de Estruturas USP – EESC.

Pires, S.L. (2014) Otimização por Algoritmos Genéticos de pilares esbeltos de concreto armado submetidos à flexão oblíqua. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo - UNICAMP, Campinas.

Porto, T. B., Fernandes, D.S.G. (2015) Curso básico de concreto armado: conforme NBR 6118/2014. Editora Oficina de Textos.

Silva, N.A. (2005) Concreto Armado I. Notas de aula da Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte.

Silva, A.B.C.S. (2011) Dimensionamento ótimo de seções de vigas T em concreto armado. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Laboratório de Engenharia Civil (LECIV), Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro–UENF, Campos dos Goytacazes.

Soares, G.L. (1997) Algoritmos Genéticos: Estudo, Novas Técnicas e Aplicações. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, p.137.

Tepedino, J.M. (1980) Flexão simples, flexão normal composta, lajes, fissuração, cisalhamento e aderênciabaseadas na NBR 6118:1980. Notas de aulas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

Vanitha M., Thanushkodi K. (2011) Solution to economic dispatch problem by differential evolution algorithm considering linear equality and inequality constraints. International Journal of. Computer Engineering Research, 1 (1): 21–6.

Vélez, D. (2015) Otimização de Estruturas Reticuladas Utilizando Algoritmos Genéticos. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília, Brasília, Distrito Federal, p. 97.